Universidad del Valle de México
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

MATEMATICAS APLICADAS A LOS NEGOCIOS

FUNCIÓN EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA

MARCO ALVAREZ

ACTIVIDAD 8

mayo de 2017

Unidad 03. Funciones exponencial y logarítmica

Propósito:

Calcular logaritmos y hacer cambios de base en los mismos como parte del proceso de solución de problemas que involucran funciones exponencial y logarítmica.

Instrucciones:

Considerando el contenido de la Unidad 3 y comprendiendo los ejemplos que ahí se incluyen, resuelve los siguientes problemas, especificando para cada uno de ellos:

a) Establecer la ecuación que modela la situación del problema.
b) Solución de la ecuación detallando paso por paso el proceso de la resolución del problema, hasta llegar al resultado.
c) Comprobar que el valor que se calculó concuerda a la solución dada
d) Ver las sugerencias para resolver los problemas del 13 al 15.

Problemas

1. Obtén el pH de una solución, cuya concentración es de 1.90 ×10−5 iones de hidrogeno/lt.

   pH=-log[H+]
   Donde:
   pH = acidez de una solución
   [H+] = concentración de iones de hidrogeno en iones-gramo equivalente por litro.

   a) pH=-log[H+]

   b) pH=-log[1.90x10^-5] aplicando regla de exponentes
      pH=-(log1.90+log 10^-5)
      pH=5(.2787)

   c) pH=1.3937

2. La concentración de una conserva de vinagre de iones de hidrogeno es de 6 ×10−4. Determina su pH.

   pH=-log[H+]
   Donde:
   pH = acidez de una solución
   [H+] = concentración de iones de hidrogeno en iones-gramo equivalente por litro.

   a) pH=-log[H+]

   b) pH=-log[6x10-4]aplicando regla de exponentes
      ph=-(-4)log(6)
      pH=4(.7781)

   c) pH= 3.1126

3. ¿Cuál es la concentración de iones de hidrogeno de una sustancia, cuyo pH es de 9?

   pH=-log[H+]
   Donde:
   pH = acidez de una solución
   [H+] = concentración de iones de hidrogeno en iones-gramo equivalente por litro.

   a) pH=-log[H+]

   b) 9=-log[H+]
      log [H+]=-9
      [H+]=10-9 iones -9/H

   c) [H+]=10.9 iones

4. Un sismo se presenta con 6 000 micrómetros de amplitud y un periodo de 0.3 segundos. Determina la intensidad del movimiento sísmico en la escala Richter.

   $I\ R$ = l o g (A/t)

   Donde:

   IR =intensidad del sismo (escala Richter) A = amplitud (micrómetros)

   t = periodo (tiempo en segundos que dura una oscilación)

   a) $I\ R$ = l o g A/t

   b) IR=log(6000/0.3)
      IR=log(20000)

   c) IR= 4.301029 grados

5. Encuentra el periodo de un sismo de 90 000 micrómetros con intensidad de 5 grados en la escala Richter

   $I\ R$ = l o g (A/t)

   Donde:

   IR =intensidad del sismo (escala Richter) A = amplitud (micrómetros)

   t = periodo (tiempo en segundos que dura una oscilación)

   a) IR=log(A/t)
   b) 5=log(90000/t) aplicando antilogaritmo
      t=90000/antilog 5
      t=90000/100000
      t=0.9seg

6. Un sismo tiene un periodo 0.35 segundos de duración y alcanza 4 grados en la escala Richter. ¿Cuál es su amplitud?

   $I\ R$ = l o g (A/t)

   Donde:

   IR =intensidad del sismo (escala Richter) A = amplitud (micrómetros)

   t = periodo (tiempo en segundos que dura una oscilación)

   a) IR=log(A/t)
   b) 4=log(A/0.35) aplicando antilogaritmo
      A=0.35(antilog4)
   c) A=3500 micrómetros

7. El tiempo de vida media de un material es de 40 años. ¿Cuánto de dicho material queda después de 30 años?

   $C = C$ 0 (2)a la – t/n

   Donde:
   C = cantidad de material radiactivo después de cierto
   tiempo t = antigüedad del material
   C0= cantidad presente cuando t = 0
   n = vida media del material

   a) C=Co(2)-t/n
   b) C=Co(2)-30/40
      C=Co(2)-.75
      C=Co(0.594)
   c) Queda el 0.594%

8. La vida media del tritio es de 12.5 años. ¿Cuánto tardará en desintegrarse 30% de una muestra de este metal?

   $C = C$ 0 (2)a la – t/n

   Donde:
   C = cantidad de material radiactivo después de cierto
   tiempo t = antigüedad del material
   C0= cantidad presente cuando t = 0
   n = vida media del material

   a) C=Co(2)-t/n
   b) 30%=Co(2)-t/12.5 despejando
      t=12.5log(.30)/log2
   c) t= 21.7139

9. La desintegración de una sustancia radiactiva está dada por el siguiente modelo:

   V = V0e-0.005t
   Donde:
   V0 es la cantidad inicial de material y t es el tiempo.
   ¿Cuál es el tiempo de vida media de dicho material?

a) V = V0e-0.005t
b) V=1/2Vo despejando
   t=-ln.5(V/Vo) /.005
   t=ln0.5/,005
   t=138…6112
c) Tiempo vida media 138.62 años

10. El modelo que rige el crecimiento poblacional de una ciudad es:
    N = No (e)elevado a la kt
    Donde:
    N = número de habitantes de una población en determinado tiempo
    No = número de habitantes en una población inicial, cuando t = 0
    K = constante
    t = tiempo
    N = 15000e0.02t
    Donde:
    N es el número de habitantes y t el tiempo en años. ¿Cuántos habitantes habrá dentro de 10 años?

a) N = No (e)elevado a la kt
b) N=15000e0.02(10)
   N= 18321 ….724
c) 18321 habitantes habrá en 10 años

11. En un cultivo de laboratorio las bacterias aumentaron de una población inicial de 150 a 830 en 2 horas. ¿Cuánto tardarán en llegar a 3 000?

N = No (e)elevado a la kt

Donde:

N = número de habitantes de una población en determinado tiempo

No = número de habitantes en una población inicial, cuando t = 0

K = constante

t = tiempo

a) N = No (e)elevado a la kt

b) 830=150(e)elevado a la k2 despejando
830/150=(e) a la 2k
5.533=e a la 2k
ln5.533=ln(e)a la 2k
1.7107=2k
1-7107/2=k
k=.85035
3000=150(e)a la .8553tdespejando t
t=ln3000/1507/.8553
t=ln20/.8553
t=3.502

c) las bacterias tardaran 3.502 horas de 10 a 3000

12. La población actual de ratas en una ciudad es de 40 000; si se duplican cada 8 años, ¿cuándo habrá 500 000 roedores?

a) N = No (e)elevado a la kt

b) 8000/40000=e a la 8k
2=e ala 8k
ln2=lne a la 8k
.6931=8k
k=.6931/8
k=0.08664 sustituyendo
500000=40000e la .00866t despejando
t=ln500000/40000/.0.866
t=ln12.5/.0866
t=2.525/.0866
t=29.16

c) las ratas tardaran 29.16 años en llegar a 500000

Sugerencia para resolver los problemas 13, 14 y 15

Ley del enfriamiento de Newton

Con esta ley se obtiene la temperatura T de un cuerpo en función del tiempo t; donde:
T ′ es la temperatura ambiente, el modelo matemático que la rige es:
T = T ′ + Ce^-kt
Donde:
T ′ = temperatura del ambiente
T = temperatura del cuerpo después de cierto tiempo, además T < T ′
C y k = constantes
La constante C, es la diferencia entre la Temperatura Inicial (T) y la Temperatura del medio (T').
T tiende a ser igual a T' después de un determinado tiempo t.

13. Del horno de una estufa se saca una rosca, cuya temperatura es de 180℃. Si la temperatura del ambiente es de 25℃, y después de 8 minutos la temperatura de la rosca es de 100℃, ¿cu ál es su temperatura después de 15 minutos?

    a) T = T ′ + Ce^-kt
    b) T inicial =180 grados
       T(m)= 25 grados
       T después de (8)=100 grados
       T después de 15 minutos

       T=25+Ce^-kt
       180=25+C
       C=155

       T=25+155e^-kt
       100=25+155e^-kt
       100-25=155e^-kt
       75=155e^-8k
       75/155=e^-8k aplicando Ln
       Ln75/155=Lne^-8k
       -.7260=-8k
       k=.7260/8
       k=.09076
       T=25+155e^.09076(15)
       La temperatura después de 15 minutos es de 64.72

14. La temperatura del ambiente una tarde es de 21℃. Si se si rve agua para café con una temperatura de 95℃, y después de 4 minutos la t emperatura del agua es de 80℃, ¿cu ál es su temperatura después de 20 minutos?

T = T' + Ce^kt
T=21+Ce^-kt
95=21+C
C=95-21
C=74
T=21+74e^-kt
80=21+74e^-4k
80-21=74e^-4k
59=74e^-4k
59/74=e^-4k aplicando Ln
Ln59/74=Lne^-4k
-.2266=-4k
k=.2266/4
k=.05665
T=21+74e^.0566(20)
T= 44.85
El café estara a 44.85 grados despues de 20 minutos

15. Una barra de aluminio se encuentra a una temperatura de 400℃ y la temperatura ambiental es de 28℃. Si después de 30 minutos l a temperatura de la barra es de 300℃, ¿cuantos minutos deben transcurrir para que su temperatura sea de 120℃?

T = T' + Ce^kt

400 = 28 + Ce^0t
C = 372
300 = 28 + 372e^30k
log 272/372 = 30k
k = -0.010436

T = 28 + 372e^-0.010436t
T = 133.87 minutos